

# Planification intégrée des ressources en transport ferroviaire : de la théorie à la mise en œuvre

Faten Benhizia<sup>1,2</sup>, Stéphane Dauzère-Pérès<sup>2</sup>, David De Almeida<sup>1</sup>, Olivier Guyon<sup>1</sup>,  
Afaf Zehrouni<sup>2</sup>

<sup>1</sup> SNCF, Direction Innovation et Recherche, Département Services, Réseaux et Optimisation (SRO)  
40, avenue des Terroirs de France, 75611 Paris Cedex 12, France

{faten.benhizia, david.de\_almeida, olivier.guyon}@sncf.fr

<sup>2</sup> Département Sciences de la Fabrication et Logistique, Ecole des Mines de Saint-Etienne, Centre  
Microélectronique de Provence, 880 avenue de Mimet F-13541 Gardanne, France  
dauzere-peres@emse.fr

**Mots-clés :** *planification intégrée, heuristique lagrangienne, programmation linéaire mixte.*

## 1 Introduction

La production des circulations ferroviaires requiert une exploitation synchronisée et chronologique de ressources rares et hétérogènes ; en particulier : 1) les sillons<sup>1</sup>, 2) les engins ferroviaires et 3) les agents de conduite (AdC). Actuellement, l'optimisation du plan de transport repose sur une planification séquentielle, quelquefois optimisée, de chacune de ces ressources critiques.

- **Etape 1. Planification des grilles horaires.** La réservation dans le temps de l'infrastructure ferroviaire en fonction de l'offre commerciale se fait à travers l'élaboration d'une grille horaire. Elle est décrite par un graphique espace-temps où toutes les circulations possibles des trains sont représentées par leurs sillons.
- **Etape 2. Planification des engins ferroviaires.** Cette étape consiste à engager les ressources matérielles de traction pour couvrir la charge de travail induite par la production des sillons (cf. étape 1). Des successions de tâches à assurer sont ainsi construites pour chaque engin sur un horizon temporel donné, en considérant l'ensemble des contraintes commerciales et techniques qui leur sont appliquées.
- **Etape 3. Planification des AdC.** Cette étape consiste à engager les ressources humaines de traction pour couvrir la charge de travail induite par la planification des engins (cf. étape 2). Un planning hebdomadaire est ainsi construit pour chaque roulement AdC<sup>2</sup>, en considérant l'ensemble des contraintes légales et techniques qui leur sont appliquées.

Le processus actuel s'appuie donc sur des outils qui implantent une décomposition de la planification globale suivant un processus séquentiel dans lequel la planification d'une ressource conditionne la planification d'une autre. Cette démarche séquentielle permet de maîtriser la complexité du problème global, de privilégier la gestion des ressources les plus coûteuses dans l'élaboration du plan de transport et, d'un point de vue mathématique, de diminuer considérablement la taille des problèmes étudiés. Cependant, elle génère des solutions qui peuvent être de coût élevé et moins robustes aux aléas, car les décisions prises à une étape donnée peuvent réduire considérablement l'ensemble des solutions réalisables aux étapes subséquentes. C'est dans cette optique d'amélioration de la performance, de la qualité de service et de l'efficacité du processus de production des circulations de la SNCF que s'inscrit notre démarche de planification intégrée des ressources ferroviaires.

---

1. infrastructure requise pour la circulation d'un train entre deux points du réseau sur une période donnée  
2. profil de qualification des AdC (connaissances en termes de lignes et de séries de matériel)

## 2 Formalisation du problème

On cherche à couvrir au moindre coût un ensemble  $S$  de sillons simultanément par un ensemble  $L$  d'engins ferroviaires et un ensemble  $R$  de roulements AdC valides.

Nous avons modélisé de manière détaillée le problème de planification intégrée engins/AdC dans un réseau ferroviaire sous la forme d'un programme linéaire en variables mixtes<sup>3</sup>. Les problèmes de planification des engins et des AdC sont tout d'abord modélisés indépendamment. Des contraintes couplantes sont ensuite ajoutées afin de modéliser les interactions qui existent entre les trois ressources ferroviaires (sillons, engins, AdC), comme par exemple la compatibilité entre les engins et les roulements AdC sélectionnés pour la couverture d'un même sillon (contraintes *engin/AdC*), ou encore la contrainte de couverture d'un sillon en engins (contraintes *sillon/engin*) ou en AdC (contraintes *sillon/AdC*).

L'objectif de la planification des engins est d'optimiser la couverture de chaque sillon  $s \in S$  en engins  $l \in L$ . On vise alors à minimiser une somme pondérée composée des éléments suivants : 1) pénalité de non couverture des sillons en engins, 2) coût fixe forfaitaire d'exploitation des engins engagés, 3) coût variable d'affectation des engins aux sillons. La modélisation proposée est issue des travaux de [3], et repose sur une représentation des données et des paramètres du problème par un graphe spatio-temporel intégrant les contraintes structurantes sur les circulations d'engins. Ce graphe est ensuite exploité pour formuler un PLNE dans lequel sont intégrées les contraintes techniques (respect de la capacité du parc d'engins...) et fonctionnelles (respect d'une cyclicité dans l'enchaînement des sillons affectés à chaque engin...) liées à l'exploitation des engins.

L'objectif de la planification des AdC est d'optimiser la couverture de chaque sillon  $s \in S$  en AdC. On vise alors à minimiser une somme pondérée des coûts d'engagement des AdC en respectant les contraintes de la réglementation de travail (durée de travail effectif, amplitude de travail, découché hors résidence de rattachement des AdC, repos journalier...) et de production technique (succession réalisable de tâches à effectuer par chaque AdC, respect de la capacité disponible du parc AdC...).

## 3 Résolution du problème

### 3.1 Relaxation lagrangienne et choix d'un schéma de décomposition

La résolution de notre programme linéaire en variables mixtes avec un logiciel standard de programmation linéaire a très vite montré ses limites quant à la calculabilité du modèle avec des données de taille industrielle. C'est pourquoi nous avons proposé des algorithmes plus performants basés sur une approche par relaxation lagrangienne [4] où les contraintes couplantes *engin/AdC*, *sillon/AdC* et *sillon/engin* sont dualisées [1]. Cette approche de résolution nous conduit à décomposer le modèle mathématique initial en deux sous-problèmes : un problème de planification engins et un problème de planification AdC, qui peuvent être résolus séparément. Ce choix d'approche a également été motivé par l'existence de deux briques logicielles internes à la SNCF qui permettent de résoudre ces deux sous-problèmes indépendamment.

Quatre schémas de dualisation des contraintes couplantes ont été proposés et étudiés expérimentalement à partir d'une version simplifiée du modèle mathématique de planification intégrée. Ces différents schémas varient en fonction des contraintes qu'on choisit de dualiser et de celles qu'on conserve pour intégration dans les sous-problèmes de planification engins et AdC. Le tableau 1 expose ces quatre schémas : les trois premiers schémas sont des décompositions par relaxation lagrangienne et le dernier est une décomposition lagrangienne [2].

---

3. NB : Par souci de lisibilité, nous ne présentons pas le modèle mathématique complet car il est trop long pour être exposé dans ce résumé

| Contraintes couplantes | Relaxation totale<br>(Schéma 1) | Relaxation partielle<br>AdC (Schéma 2) | Relaxation partielle<br>engin (Schéma 3) | Décomposition<br>lagrangienne<br>(Schéma 4) |
|------------------------|---------------------------------|--|--|---|
| <i>engin/AdC</i>       | dualisées                       | dualisées                              | dualisées                                | dualisées                                   |
| <i>sillon/AdC</i>      | dualisées                       | dualisées                              | non dualisées                            | non dualisées                               |
| <i>sillon/engin</i>    | dualisées                       | non dualisées                          | dualisées                                | non dualisées                               |

TAB. 1 – Caractéristiques des schémas de relaxation lagrangienne

Le tableau 2 présente les résultats expérimentaux issus de l'étude de ces schémas sur quatre instances créées à partir de données réelles de la région TER Bretagne.

Ces instances exploitent les circulations prévues durant une journée sur une relation de cette région TER. Elles sont différenciées par les niveaux de ressources engins et AdC disponibles : a priori, tous les sillons peuvent être couverts dans l'instance 1, alors que les AdC (resp. les AdC et les engins, resp. les engins) sont critiques pour la couverture dans l'instance 2 (resp. 3, resp. 4).

Pour chaque couple (schéma de relaxation, instance), le tableau 2 propose un ratio UB/LB, où UB et LB sont des bornes respectivement supérieure et inférieure au problème. LB est obtenue par une résolution directe du modèle associé au schéma de relaxation étudié, en exploitant de manière itérative (calcul du dual lagrangien) un solveur standard de programmation linéaire sur les sous-problèmes induits. UB est déterminée heuristiquement à partir des solutions optimisées obtenues au cours du calcul de LB. Typiquement, notre heuristique (exploitée de manière périodique) consiste à sélectionner la meilleure des solutions obtenues par l'application des deux approches constructives suivantes au problème enrichi des contraintes *engins/AdC* :

- On fixe les variables propres aux engins aux valeurs issues de la solution du sous-problème engins. A partir des contraintes *sillon/AdC* et *sillon/engin*, on détermine les valeurs des variables AdC et on vérifie la couverture de chaque sillon en engins et en AdC (une pénalité est affectée à tout sillon non couvert). Ceci fournit une solution complète.
- On fixe les variables propres aux AdC aux valeurs issues de la solution du sous-problème AdC. A partir des contraintes *sillon/AdC* et *sillon/engin*, on détermine les valeurs des variables engins, on vérifie la couverture de chaque sillon en engins et en AdC et on obtient à nouveau une solution complète.

| Instances | 1     | 2     | 3     | 4      |
|-----------|-------|-------|-------|--------|
| Schéma 1  | 0.05% | 3.15% | 1.40% | 10.03% |
| Schéma 2  | 0.00% | 0.23% | 0.21% | 0.01%  |
| Schéma 3  | 0.01% | 0.20% | 0.09% | 8.51%  |
| Schéma 4  | 0.00% | 0.03% | 0.85% | 0.08%  |

TAB. 2 – Ratio UB/LB des 4 schémas de relaxation lagrangienne pour les quatre instances étudiées.

Les résultats obtenus nous ont conduit à retenir le schéma 2 pour la mise en œuvre pratique de l'approche de résolution par relaxation lagrangienne. En dépit du nombre limité d'expérimentations, on note que tous les schémas fournissent des bornes supérieures (UB) proches et le schéma 2 se montre dès lors intéressant par rapport au schéma 1 (resp. 4) si l'on considère la qualité des bornes inférieures (LB) calculées (resp. la facilité de mise en œuvre).

Le schéma 2 offre alors le double avantage de fournir les meilleurs ratios UB/LB (notamment en moyenne et au pire cas) et ne nécessite pas d'importantes modifications des deux briques logicielles SNCF permettant de résoudre les deux sous-problèmes engins et AdC séparément.

### 3.2 Mise en œuvre

La mise en œuvre pratique de l'approche de résolution par relaxation lagrangienne est basée sur un schéma itératif comprenant un module *maître* qui pilote les deux briques logicielles SNCF existantes.

Le dual lagrangien est résolu par un appel aux deux briques logicielles avec des paramètres de coûts modifiés et mis à jour selon les valeurs des multiplicateurs lagrangiens. Les solutions relâchées sont primalisées de façon périodique pour construire des solutions réalisables (bornes supérieures) au problème étudié. Dans la mesure où la non couverture des sillons est autorisée dans notre modèle (moyennant un coût de pénalité très élevé), nous garantissons que notre heuristique lagrangienne converge à chaque fois qu'elle est appelée vers une solution *réalisable*.

Lors de la mise en œuvre de notre méthode, nous avons dû faire de nombreux arbitrages *qualité/coût* quant à l'application du schéma théorique retenu (schéma 2). En effet, le schéma de relaxation a été sélectionné dans une phase expérimentale avec un modèle intégré théorique. En pratique, les deux outils internes SCNF n'ont pas été conçus pour être utilisés de façon conjointe et répondre ainsi à toutes les exigences du schéma de relaxation retenu. Dans les cas où la théorie ne pouvait pas être directement adaptée, nous avons dû choisir s'il était rentable ou non d'investir dans la modification des formulations mathématiques exploitées par les deux outils disponibles (ajout de coefficients objectifs, modification de contraintes...).

Dans cette optique, nous avons déjà isolé les éléments théoriques qui posaient problème (par exemple, la compatibilité de tel multiplicateur lagrangien avec la fonction-objectif des briques logicielles). Le gain théorique de la prise en compte de chaque élément a ensuite été estimé (via une approche analogue au choix du schéma de relaxation présentée ci-dessus) et mis en perspective du coût de développement pour la modification complémentaire à apporter aux briques logicielles existantes.

Lorsque nous avons jugé le choix *rentable*, nous avons procédé aux modifications. Dans le cas contraire, nous avons eu recours à des procédés moins coûteux en développement (notamment au travers d'approximations des coûts lagrangiens théoriques).

## 4 Premières expérimentations industrielles

Des premiers tests de qualification des gains ont été réalisés sur des instances réelles de la région TER Bretagne. Les résultats préliminaires montrent un réel intérêt de notre approche de planification intégrée, en comparaison de l'approche par décomposition et résolution séquentielle exploitée dans le processus actuel de production des circulations ferroviaires. Les résultats numériques sur des expérimentations plus avancées seront présentés au congrès.

## Références

- [1] F. Benhizia, D. De Almeida, S. Dauzère-Pérès. Heuristique lagrangienne pour la résolution du problème de planification intégrée des ressources en transport ferroviaire. *12ème congrès ROADEF*, 2011.
- [2] M. Guignard, S. Kim. Lagrangean decomposition : A model yielding stronger lagrangean bounds. *Mathematical Programming*, 39:215–238, 1987.
- [3] N. Marcos. Modélisation et optimisation de la gestion du matériel roulant à la SNCF. Thèse de doctorat en informatique, *Université Paris 13 : LIPN*, 2006.
- [4] R. G. Parker, R. L. Rardin. Discrete Optimization. *Academic Press*, 1988.